

## 4.6 Das Feststoffverhalten und dessen Einfluss auf die Maschinenauslegung

### 4.6.1 Spannungszustand im Kuchen - MOHR'sche Bruchgrenzkurve für Schüttgüter

Im folgenden soll die „Schwachstelle“ der Schubzentrifuge, d.h. die Druckübertragung über den Kuchen selbst, an der Aufgabestelle, noch genauer untersucht werden. Hierzu werden Kenntnisse aus der Schüttgutmechanik herangezogen.

Wird ein Schüttgut durch Spannungen zweiachsig beansprucht, so gibt es gewisse Bereiche der Kombination dieser Spannungen, in denen sich das Haufwerk entweder als starrer Körper verhält (kein Fließen) oder den Spannungen nachgibt und fließt. Diese Zusammenhänge sind in einem  $\tau$ - $\sigma$ -Diagramm durch die sogenannte MOHR'sche Bruchgrenzkurve gegeben [Mohr 1900]. Liegen die Spannungskreise, wie in Abb. 4.6-1 gezeichnet, innerhalb des mit dem Zentriwinkel  $2\varphi$  bezeichneten Bereichs, so haben wir Stabilität. Ändert sich eine der beiden Hauptspannungen  $\sigma_1$  oder  $\sigma_2$  so, dass der Kreisdurchmesser die Grenzlinie überschneiden würde, so fließt dieses Haufwerk. Der Winkel  $\varphi$  stellt den inneren Reibwert des Produkts dar. In der gezeichneten Weise erträgt das Haufwerk keine Anfangsschubspannung und es können auch keine Zugspannungen übertragen werden (kohäsionsloses Schüttgut). Dieser Fall trifft z.B. für vollkommen trockenen Sanduhrsand zu bzw. für ein flüssigkeitserfülltes Sediment unterhalb eines Flüssigkeitsspiegels und wenn die Verformungsgeschwindigkeiten langsam sind.

Für teilgesättigte Kuchen, bei denen eine Kraftkomponente durch die Oberflächenspannung der Flüssigkeit zusätzlich wirkt, gilt in Abhängigkeit der Sättigung das von SCHUBERT aufgestellte Diagramm der Zugfestigkeit [Schubert 1972]. Verbindet man beide Effekte, so ergibt sich ein neuer Spannungszustand gemäß der Abb. 4.6-2.

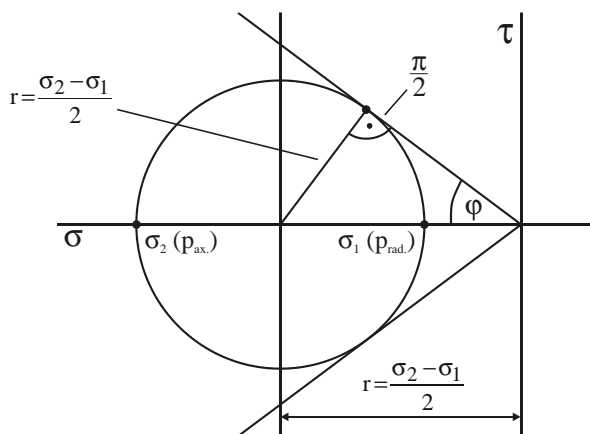


Abb. 4.6-1: Grenzspannungsdiagramm nach MOHR für trockene bzw. gesättigte Haufwerke [MVM]

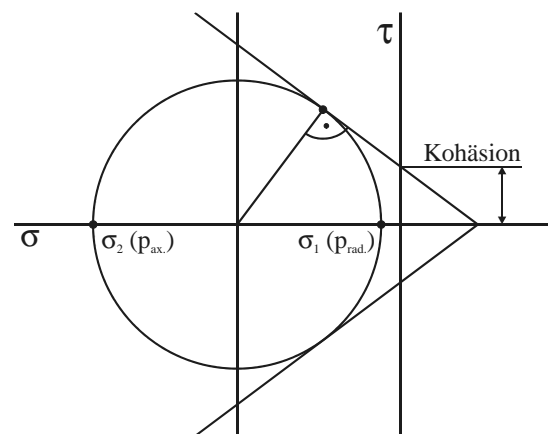


Abb. 4.6-2: Grenzspannungsdiagramm nach MOHR für teilgesättigte Haufwerke [MVM]

Obwohl im Bereich der Kuchenschерung dieser nur teilweise mit Flüssigkeit gefüllt ist, wird der Effekt der Kohäsion in der folgenden Prozedur vernachlässigt; dies ist bei Produkten im Partikelgrößenbereich von  $x_{50} > 80 \mu\text{m}$ , wie er dem Arbeitsbereich der Schubzentrifuge entspricht, gerechtfertigt.

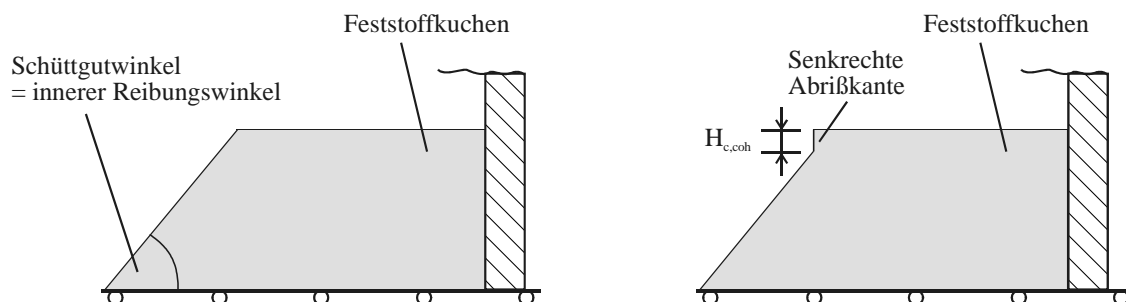


Abb. 4.6-3: Kuchenvorderkante bei Haufwerken mit und ohne Kohäsion [MVM]

Das Vorhandensein einer Kohäsion (bzw. auch Zugspannung) im Filterkuchen kann man am Ende der Entfeuchtung in jeder Stufe daran erkennen, dass der Kuchen zusätzlich zum Schüttgutwinkel im oberen Bereich eine senkrechte Abrisskante aufweist (Abb. 4.6-3).

Wie aus dem MOHR'schen Spannungskreis ableitbar, sind die beiden Spannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  untereinander über den inneren Reibwinkel durch folgende Gl. (4.6-1) verbunden:

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \cdot \sin \varphi \quad (4.6-1)$$

Zu diesem Ansatz kam bereits KANTOROWITSCH [Kantorowitsch 1962] und nachfolgende Autoren (u.a. [Schneider 1967]), jedoch haben sie den MOHR'schen Bruchansatz nicht für den Moment des Losbrechens (d.h. die an dieser Stelle vorhandene, aber nicht messbare, sog. „selbsteinstellende“ oder „natürliche“ Kuchenhöhe  $H_{c,\zeta}$ ), sondern für die sicht- und messbare Gesamtkuchendicke  $H_c$  aufgestellt. Um die offensichtlichen Diskrepanzen zwischen Rechnung und Messung in Einklang zu bringen, schlägt KANTOROWITSCH einen Versuchs-Korrekturkoeffizienten von 0,6 - 0,7 vor.

Löst man die Gleichung von KANTOROWITSCH

$$\frac{p_{ax}}{p_{rad}} = \frac{p_1}{p_2} = (0,6 \dots 0,7) \cdot \mu_{scr} \cdot \frac{L}{H} \leq \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (4.6-2)$$

nach  $H$ , d.h. hier  $H_c$ , auf, so folgt:

$$H = H_c = (0,6 - 0,7) \cdot \frac{p_2}{p_1} \cdot \mu_{scr} \cdot L_{scr} = (0,6 - 0,7) \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \mu_{scr} \cdot L_{scr} \quad (4.6-3)$$

d.h. der Wert  $H_{c,\zeta}$  ist bei einem mittleren Vorschubgrad  $\zeta_{psb}$  von 0,6 bis 0,8 tatsächlich im Bereich von etwa 60 - 70 % der messbaren Kuchenhöhe  $H_c$ . Für eine überschlägige Abschätzung der sich einstellenden Kuchenhöhe bei anderen, größeren Maschinen kann man deshalb folgende Formel (Gl. (4.6-4)) gut verwenden:

$$\frac{H_{c,ind}}{H_{c,pil}} = \frac{\left[ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot (0,6-0,7) \cdot \mu_{adh} \cdot L_{scr} \right]_{ind}}{\left[ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot (0,6-0,7) \cdot \mu_{adh} \cdot L_{scr} \right]_{pil}} \quad (4.6-4)$$

Da das Produkt auf beiden Maschinen denselben inneren Reibwert hat, und gleiche Siebkonstruktionen an beiden Maschinen vorausgesetzt, verhalten sich die beiden Kuchenhöhen im mittleren Betriebsbereich tatsächlich wie

$$\frac{H_{c,ind}}{H_{c,pil}} = \frac{L_{scr,ind}}{L_{scr,pil}} \quad (4.6-5)$$

Nach der Trennung von  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  in Gl. (4.6-1) ergibt sich Gl. (4.6-6):

$$\sigma_2 \cdot (1 - \sin \varphi) = \sigma_1 \cdot (1 + \sin \varphi) \quad (4.6-6)$$

Unter Verwendung von

$$\frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.6-7)$$

wird

$$\sigma_1 = \sigma_2 \cdot \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.6-8)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4.6-9)$$

Der innere Reibwinkel  $\varphi$  ist für rieselfähige, kohäsionslose Produkte mit dem Böschungswinkel des Haufwerks identisch. Die Tangentialspannungskomponente in der 3. Dimension liegt zwischen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Sie ist für diesen Spannungszustand bedeutungslos.

Wird das Verhältnis zwischen  $\mu_{scr}$  und  $\varphi$  groß, so kann man bei langen Zentrifugenstufen ( $L/D > 0,8$ ) beobachten, dass der Kuchen nicht mehr ausschließlich in der Axial-Radial-Ebene schert, sondern der Bruch des Stauchens sich auch in Umfangsrichtung erstreckt. In der Folge beobachtet man, dass die Innenoberfläche des

Kuchens anstelle eines Zylinders eine sechseckige Form annimmt, wodurch auch Unwuchten induziert werden. Dies ist keine ordentliche Betriebsfahrweise.

Als Hilfsmaßnahme kann man nur  $\mu_{\text{scr}}$  erniedrigen, was zuerst durch Polieren der Siebe versucht werden sollte. Führt dies bei zu lang gebauten Trommeln nicht zum Ziel, so muss der Schubboden nach vorne gesetzt werden, bzw. es müssten einige der Siebringe z.B. durch blanke Metall- oder Kunststoffringe mit niedrigerem Reibwert ausgetauscht werden.

Obwohl die Bedingung der Kohäsionslosigkeit nicht genau den Bedingungen eines frisch gebildeten Kuchens in der Aufgabzone entspricht, lässt sich das Materialgesetz auf den Kuchen anwenden und die Tatsache der Haufwerksdurchströmung kann zunächst außer acht gelassen werden. Der Radialdruck des Kuchens wächst nach Gl. (4.6-10) mit seiner Tiefe näherungsweise linear an (wegen  $H_c \ll R_{\text{scr}}$ ):

$$p_{\text{rad}} = \rho_c \cdot g \cdot C \cdot y \quad (4.6-10)$$

Er erreicht seinen Maximalwert auf dem Sieb bei  $y = H_c$ :

$$p_{\text{rad,max}} = \rho_c \cdot g \cdot C \cdot H_c \quad (4.6-11)$$

Um den Axialdruck zu ermitteln, überlegt man sich, dass dieser auf der Kuchenoberfläche Null sein muss (mangels fehlender radialer Vorspannung) und das Maximum auf der Sieboberfläche erreicht wird, an der auch die radiale Vorspannung das Maximum hat.

Aus dem Schubkraftbedarf einerseits und der Kuchenhöhe im Moment des Losbrechens andererseits ist die mittlere, axiale Spannung im Kuchen für diesen Zustand bekannt. Vereinfacht wird die mittlere axiale Spannung im Kuchen im Moment des Losreißen, also genau an der Schubbodenposition  $L_{\text{str}} \cdot (1 - \zeta_{\text{psh}})$ , wenn der Kuchen die Höhe  $H_{c,\zeta}$  erreicht hat (hier für eine einstufige Maschine):

$$\sigma_{\text{ax,m}} = \frac{F_{\text{adh}}}{\underbrace{\frac{\pi}{4} \cdot [D_{\text{scr}}^2 - (D_{\text{scr}} - H_{c,\zeta})^2]}_{\text{Axialdruck übertragende Fläche}}} = \frac{\mu_{\text{adh}} \cdot \pi \cdot (D_{\text{scr}} - H_c) \cdot H_c \cdot L_{\text{scr}} \cdot \rho_{c,m} \cdot g \cdot C}{\underbrace{\pi \cdot (D_{\text{scr}} - H_{c,\zeta}) \cdot H_{c,\zeta}}_{\text{Linearisierung}}} \quad (4.6-12)$$

Für  $H_c \ll D_{\text{scr}}$  und  $H_{c,\zeta} \ll D_{\text{scr}}$  ergibt sich vereinfachend:

$$\sigma_{\text{ax,m}} = \frac{\mu_{\text{adh}} \cdot \pi \cdot D_{\text{scr}} \cdot \left(1 - \frac{H_c}{D_{\text{scr}}}\right) \cdot H_c \cdot L_{\text{scr}} \cdot \rho_{c,m} \cdot g \cdot C}{\pi \cdot D_{\text{scr}} \cdot \left(1 - \frac{H_{c,\zeta}}{D_{\text{scr}}}\right) \cdot H_{c,\zeta}} = \mu_{\text{adh}} \cdot L_{\text{scr}} \cdot \rho_{c,m} \cdot g \cdot C \cdot \frac{H_c}{H_{c,\zeta}} \quad (4.6-13)$$

Nimmt man neben der - vereinfacht angenommenen - linearen Gestalt der MOHR'schen Bruchgrenzlinien auch einen linearen Verlauf der Axialspannung von der momentanen Oberfläche des Kuchens bei  $H_{c,\zeta}$  und dem Maximum am Boden an, so wird dieses Maximum gerade doppelt so groß sein wie der Mittelwert:

$$\sigma_{\text{ax,m}} = 2 \cdot \mu_{\text{adh}} \cdot L_{\text{scr}} \cdot \rho_{c,m} \cdot g \cdot C \cdot \frac{H_c}{H_{c,\zeta}} \quad (4.6-14)$$

Bildet man das Verhältnis aus den jeweiligen Maximalwerten von Axial- und Radialspannungen, so folgt:

$$\frac{\sigma_{\text{ax,max}}}{\sigma_{\text{rad,max}}} = \frac{2 \cdot \mu_{\text{adh}} \cdot L_{\text{scr}} \cdot \rho_{c,m} \cdot g \cdot C \cdot \frac{H_c}{H_{c,\zeta}}}{\rho_{c,m} \cdot g \cdot C \cdot H_c} = 2 \cdot \mu_{\text{adh}} \cdot L_{\text{scr}} \cdot \frac{1}{H_{c,\zeta}} \quad (4.6-15)$$

Man erhält dafür mit den folgenden realistischen Werten:

$H_{c,\zeta} = 4 \text{ cm}$ ;  $L_{\text{scr}} = 40 \text{ cm}$ ;  $\mu_{\text{adh}} = 0,4$

$$\frac{\sigma_{\text{ax,max}}}{\sigma_{\text{rad,max}}} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 40}{4} = 8 \quad (4.6-16)$$

Die Axialspannungen sind also um fast eine Zehnerpotenz höher als die Radialspannungen. Sie sind auch mitverantwortlich für die Kornzerstörung, die nicht nur durch die direkte Berührung des Kuchens mit dem Sieb oder bei Zulauf und Abwurf entsteht, sondern auch durch diese hohen axialen Pressungen verursacht wird. Auch inkompressible Stoffe werden dadurch in der Porosität vermindert und der Filterwiderstand nimmt zu. Da der C-Wert aus der Formel herausgefallen ist, lässt sich auch vorhersagen, dass eine Drehzahländerung

keinen Einfluss auf die gebildete Kuchendicke haben wird. Dies hat man auch in der Praxis beobachtet. Abweichungen von diesem Verhalten sind darauf zurückzuführen, dass der Reibwert über die Verbindung zur Produktfeuchte variiert, dass das Haufwerk an dieser Stelle zum Teil gesättigt ist und dann eine Kohäsion vorhanden ist und schließlich bei niederen Drehzahlen der Schubbedarf spezifisch sinkt.

Als Fazit kann festgehalten werden:

Im Kreisringquerschnitt des Kuchens werden an der Stelle  $L_{\text{str}} \cdot (1 - \zeta_{\text{psh}})$  im Moment des Losbrechens des Kuchens die höchsten Druckspannungen in axialer Richtung im Kuchen auftreten. Sie betragen ein Vielfaches der aus der Fliehkraftwirkung entstehenden maximalen Druckspannungen des Kuchens auf das Sieb. Mit dem weiteren Aufwachsen des Kuchens bis zum vorderen Totpunkt nehmen diese Axialspannungen dann wieder etwas ab, da sich die Axialkraft auf einen dickeren Kuchen verteilt. Während der Wanderung der Kuchenschicht über das Sieb nehmen die Axialspannungen dann wieder etwa linear bis zum Trommelende auf Null ab.

Durch dieses Verständnis ist auch zu vermuten, dass neben der Kornzerstörung durch den Einlaufschock die Kornzerstörung im Bereich der Kuchenstauchung nahe am Sieb am größten ist und auf den obersten, nachträglich aufgelegten und ungescherten Schichten nicht auftritt. Genau dies wurde bei Messungen bestätigt (siehe Band III, Kap. „Partikelzerstörung in Zentrifugen“).

## 4.6.2 Bemerkungen zu den Reibwerten

Wie im Band I (Grundlagen) gezeigt, stellt sich beim zeitlichen Entfeuchtungsvorgang eine Flüssigkeitsverteilung über der Kuchenhöhe ein, wobei sich die größte lokale Sättigung (gemäß dem Kolben- und Filmmodell) im Bereich des Kuchenbodens, hier also direkt auf den Spaltsieben einstellt. Für „lange“ Entfeuchtungszonen und der Annäherung an das Bondplateau liegt dann über der gesamten Kuchenhöhe ein konstanter Sättigungswert, der durch die Zwickel-, Haft- und Innenflüssigkeit bestimmt ist, vor. Die anfänglich hohe Sättigung im Spaltbereich wirkt wie ein Schmierfilm.

Hierzu wurden von VIEHWEG ET.AL. [Viehweg et.al. 1968] Versuche mit Harnstoff, Bittersalz, Kali und PVC-Pulver durchgeführt, bei denen der äußere Reibwert  $\mu_{\text{scr}}$  als Funktion der höhengemittelten Restfeuchte (die natürlich kleiner als - und im Grenzfall großer Zeiten - gleich der lokalen Restfeuchte im Bereich des Siebgewebes ist) gemessen wurde.

Liegt „nasse Reibung“ vor, dann bewegt sich der nasse bzw. glatte Reibwert  $\mu_{\text{scr}}$  im Bereich von 0,02 bis 0,04. Die höchsten gemessenen trockenen Reibwerte im Bereich des Bondplateaus erreichten hingegen bei feinem Kalisalz Spitzenwerte von 0,46 (also einen Reibwinkel von  $25^\circ$ ). Ähnliche Größenordnungen für die trockene Reibung wurden von REIF bestimmt, der mit einer speziellen Reibzentrifuge, die in seiner Dissertation [Reif 1990] ausführlich erläutert ist, Reibwerte in Abhängigkeit von Spaltweite (Trommeloberfläche - Transportblatt), Flüssigkeitsgehalt und Oberflächeneigenschaften bestimmte. Für glatte Metalloberflächen und äußerer Reibung zwischen Produkt und Trommel erhielt er für reale Produkte Trockenreibwerte zwischen 0,2 und 0,5. Kam es bei rauher Oberfläche oder großen Abständen (größer 5 mm Trommeloberfläche - Transportblatt) zu einer inneren Reibung im Produkt, lag der Reibwert hingegen wesentlich höher zwischen 0,8 und 1,0. Dieser Reibwert der Scherung im Produkt entspricht näherungsweise dem inneren Reibungskoeffizienten bzw. dessen  $\text{arcus tangens}$ , also dem inneren Reibwinkel  $\varphi$ . War der Scherbereich vollständig mit Flüssigkeit abgesättigt und der Bereich darüber teilentfeuchtet, so konnte REIF Reibwerte zwischen 0,2 und 0,35 (äußere Reibung zwischen Produkt) messen.

Beispielhaft ist in Abb. 4.6-4 der Reibwertverlauf in Abhängigkeit der Sättigung für ein PVC-Produkt nach REIF aufgezeichnet.

In der Produktion können weitere reale Effekte auftreten, die sich einer einfachen Berechnung entziehen. Durch das nachträgliche Auskristallisieren und der Entstehung zusätzlicher Feststoffverbindungen im Bereich der Spaltsiebe können sich Produktlinsen als Festkörper ausbilden. Über die relativ undurchlässigen „Grundschichten“ alten Produkts müssen dann unter hohem Schubkraftbedarf die neuen Produktringe geschoben werden (Beispiel Dicalciumphosphat in Abb. 4.6-5). Auch das „Verkeilen“ einzelner Kristallkörner im Spalt erhöht den Reibwert beträchtlich.

Transportprobleme treten auch auf, wenn der Kuchen inhomogen ist. Bei Flotationskonzentrat (z.B. Kali) ist der Kuchen nicht isotrop - eine Schaumschicht legt sich locker auf die eigentliche Kristallschicht. Sie hat keine Scherfestigkeit gegen den hydraulischen Druck der Aufgabzone, deshalb erfolgt der Schichtdurchbruch sehr leicht.